

ÉCOLE NATIONALE DES SCIENCES GÉOGRAPHIQUES



Rapport de stage

Cycle des Ingénieurs diplômés de l'ENSG 1ère année

Rapport de projet :

Determination de la croisée des axes du télescope de Métrologie Optique de l'observatoire de la Côte d'Azur

Hugo Bontempi, Aelaïg Cournez, Madec Germerie Guizouarn, Etienne Lebreton, Maxime Parant

Juillet 2017

M Nam		Cantidantial ICN	☐ Confidentiel Industrie	□ la'a
△ INOU	i confidentiei		☐ Confidentiel Industrie	□ Jusqu au

Remerciements

Nous remercions Clément Courde ainsi que toute son équipe pour leur accueil et leurs conseils. Nous remercions également Jacques Beilin pour son encadrement de qualité et son soutien tout au long du projet.

Introduction

Dans le cadre d'une formation dispensée par l'École Nationale des Sciences Géographiques sur le site de Forcalquier, nous avons été amenés à réaliser un projet de groupe. Ce projet a permis d'évaluer notre appropriation des techniques abordées lors des sept premières semaines de formation, notre autonomie et notre capacité à mener à bien un projet de trois semaines.

L'objet de notre projet était l'invention d'un protocole permettant de déterminer la position de la croisée des deux axes de rotation d'un télescope d'observation par des mesures métrologiques automatisées.

La proximité du centre de formation de l'ENSG au site de l'observatoire de la Côte d'Azur à Calern a été un atout considérable dans la réalisation de notre projet.

Table des matières

1	Con	texte / Présentation de la problématique	6
	1.1	Site de l'Observatoire de Calern / Télescope MéO	6
	1.2	Problématique soulevée	6
	1.3	Cahier des charges de la manipulation à mettre en place	7
2	Rec	onnaissance in situ / Plan de l'infrastructure	8
	2.1	Contraintes majeures	8
	2.2	Emplacement du tachéomètre	9
	2.3	Points de référence autour du télescope	10
		2.3.1 Modélisation 3D du site	11
3	Con	ception des outils de	
	mes	eure en la companya de la companya del companya de la companya del companya de la	12
	3.1	Prismes utilisés	12
	3.2	La couronne de prismes	13
		3.2.1 Principe	13
		3.2.2 Emplacement	14
		3.2.3 Construction	14
	3.3	Le prisme pendulaire	15
		3.3.1 Principe	15
		3.3.2 Emplacement	16
		3.3.3 Construction	16
	3.4	Construction d'une maquette de télescope	16
4	Mes	sures	18
	4.1	Tests sur les instruments de mesure	18
		4.1.1 Test de la conception de la couronne	18
		4.1.2 Evaluation de l'erreur de positionnement des prismes de la couronne	18
	4.2	Mesures de position des axes de rotation du télescope	19
		4.2.1 Mesure de la position de l'axe des tourillons	19
		4.2.2 Mesure de la position de l'axe principal	19
5	Trai	tement des mesures / calcul de positions de points des axes de rotation	21
	5.1	Traitement des mesures de la position de l'axe principal	21
	5.2	Traitement des mesures de la position de l'axe des tourillons	22
	5.3	Analyse des résultats	22
٨	Eich	ne signalétique	27
Α			
В	Ren	dus de la modélisation 3D du télescope	29
C	Rési	ultats du contrôle de l'uniformité des prismes	31

		TABLE DES MATIÈRES	5
D	Mesure de $lpha_c$		33
E	Conception de la couronne de prismes		37
F	Protocole et résultats - Test de décentrement		41
G	Protocole et résultats - Test de l'espace inter-prismes		45
Н	Protocole et résultats - Test de visée excentrée		49
ı	Calcul des azimuts du télescope		53
J	Modèles théoriques des moindres carrés		57
K	Diagramme de GANTT		59

1.1 Site de l'Observatoire de Calern / Télescope MéO

L'observatoire de Calern (Alpes-Maritimes - 06) participe au développement de nombreux instruments pour l'astrophysique au sol comme dans l'espace.

Le télescope étudié lors de ce projet est celui de Métrologie Optique (MéO). Ce dernier est l'un des deux télescopes mondiaux actifs dans la mesure de la distance Terre-Lune. Depuis 2008, il est également capable de suivre des satellites en orbites basse et moyenne, et participe ainsi à la détermination du centre de masse de la Terre. Les différents tirs LASER qu'il effectue contribuent à l'estimation de l'origine de l'ITRF.



FIGURE 1.1 – Coupole du télescope MéO

Une équipe de neuf scientifiques s'attache à l'entretien, au fonctionnement et aux mesures du télescope MéO. Pour notre projet, nous avons été en collaboration avec Clément Courde, ingénieur de recherche au CNRS et responsable du pôle observatoire. Le télescope MéO est muni d'une monture azimutale ¹, plus approprié pour des suivis d'objets rapides que les montures équatoriales ² qui équipent la majorité des télescopes.

1.2 Problématique soulevée

Chaque année, les élèves du cycle PPMD géodésie de l'ENSG réalise un rattachement intertechniques entre les stations GNSS (GRAC et GRAS), l'antenne DORIS, le télescope MéO et l'ancien point VLBI.

Les scientifiques du MéO suspectent un déplacement de la croisée des axes du télescope, dû à la suspension hydrostatique permettant de limiter les frottements du télescope; ainsi qu'un affaissement de l'axe des tourillons lorsque le télescope pointe à la verticale. Ils souhaiteraient quantifier ces déplacements et les calculer régulièrement afin de les prendre en compte dans leurs mesures.

^{1.} Pour une monture azimutale, les axes principal et de tourillons sont respectivement vertical et horizontal

^{2.} Pour une monture équatoriale, les axes sont parallèles à l'axe de rotation de la terre et à l'équateur

1.3 Cahier des charges de la manipulation à mettre en place

Une mesure de la position de la croisée des axes serait réalisée avant chaque session de mesure, elle doit donc s'effectuer en un temps limité et être automatisée via un tachéomètre fixe. Celuici doit pouvoir s'appuyer sur un nombre de points de référence (tels que des piliers géodésiques) suffisamment important pour pouvoir évaluer son orientation. Il doit ensuite être en capacité de viser des prismes situés sur le télescope. Ces derniers ne doivent pas gêner le bon déroulement des mesures quotidiennes et être correctement visibles depuis le tachéomètre (angle de visée, occultation due à l'ouverture de la coupole...). En outre, le tachéomètre étant utilisé en mode automatique, il convient de ne pas placer deux prismes trop proches et visibles simultanément pour des raisons de confusion.

Finalement, la manœuvre doit permettre une estimation la plus exacte possible de la position de la croisée des axes et être réalisable dans les limites budgétaires et techniques de l'observatoire.

Afin de nous familiariser avec le site, nous nous sommes rendus sur place et avons rencontré nos commanditaires

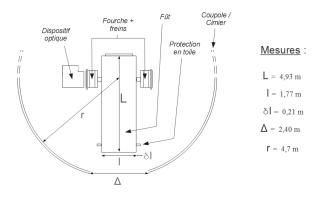




FIGURE 2.1 – Membres du groupe de projet en visite au MéO, à Calern

Nous avons ainsi pu établir un plan de l'infrastructure et lister les différents équipements présents utiles à la réalisation de notre projet.

2.1 Contraintes majeures



 ${
m Figure}$ 2.2 – Schéma en coupe du télescope et de sa coupole vus du dessus

De nombreuses contraintes sont imposées par l'infrastructure du télescope elle-même. Tout d'abord sa taille, mais également la présence d'une coupole l'entourant et dont l'ouverture est limitée à l'envergure du télescope vu de face. Notons cependant que le télescope et la coupole peuvent être orientés indépendamment sur commande.

2.2 Emplacement du tachéomètre

Trois emplacements semblent convenir à la mise en station d'un tachéomètre automatique pour les mesures souhaitées. En premier lieu, l'emplacement actuel du tachéomètre appartenant à l'observatoire (un TCA5005) apparaît comme la solution la plus simple à mettre en œuvre. En effet, celui-ci est déjà monté sur l'ancien support de la Station LASER Ultra Mobile et procède à des mesures quotidiennes sur des repères géodésiques. Il est également protégé des intempéries par une petite coupole amovible et téléguidé. Les inconvénients de cet emplacement sont son éloignement (d'une quarantaine de mètres) et sa position basse relativement au télescope, ce qui rend les mesures plus compliquées car les prismes placés sur le télescope seront plus difficilement visibles depuis ce point.



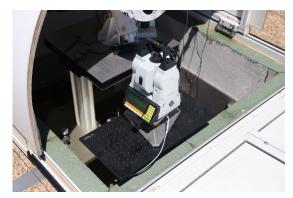


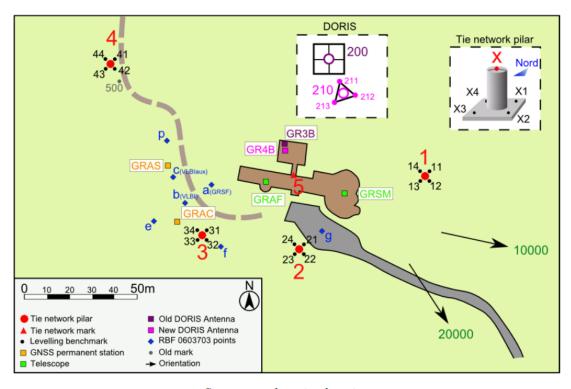
FIGURE 2.3 – Le TCA 2003pro, tachéomètre du MéO en place sous une coupole amovible

Les deux autres propositions de station se situent plus près du télescope : l'une sur une plateforme en béton (qui est peu stable, une nouvelle station serait à définir à chaque session de mesures) qu'il conviendrait d'équiper (notamment d'une coupole de protection) ; l'autre sur une plateforme encore plus proche du télescope où tout est à installer.

Notons que dans le cadre d'une mise en place durable d'un tel procédé de mesures, les ingénieurs du MéO ne s'opposeraient pas au déplacement de leur tachéomètre déjà installé.

Dans le cadre d'une première approche du problème, nous avons choisi de nous placer dans la première situation, qui est la plus simple à mettre en œuvre.

2.3 Points de référence autour du télescope



Site map and station location

FIGURE 2.4 – Plan du MéO montrant les emplacements des différents repères géodésiques

Dans la situation que nous avons retenu, seuls quatre points de référence sont accessibles. Cela est trop peu et il conviendrait d'en implanter de nouveaux, idéalement sur des piliers géodésiques.

En outre, afin d'ouvrir l'angle de référence au maximum, il est possible de placer un prisme de référence sur le support en béton d'une petite coupole située en arrière du télescope.



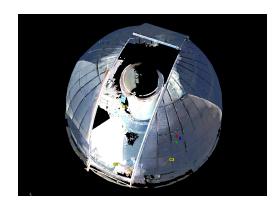
FIGURE 2.5 – Coupole pouvant accueillir un prisme de référence à l'emplacement de la cible rouge

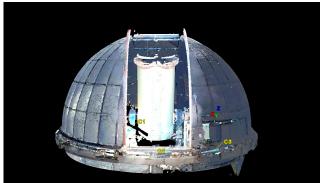
À la suite de notre reconnaissance, nous avons réalisé des fiches signalétiques afin de mieux

identifier les points de référence déjà en place. (Annexe : A)

2.3.1 Modélisation 3D du site

Afin d'avoir plus facilement accès aux dimensions de l'infrastructure dans la suite de nos travaux, nous avons réalisé des scans LASER autour du télescope. Ceux-ci nous ont permis d'obtenir des aperçus 3D du site, présentant différentes positions du télescope (en position haute et basse). (Annexe : B)





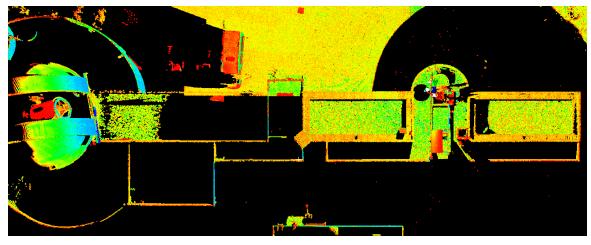


FIGURE 2.6 – Images de rendus lasergrammétriques

CONCEPTION DES OUTILS DE MESURE

Nous avons du imaginer des solutions techniques permettant de mesurer grâce au tachéomètre les positions des axes de rotation du télescope. Nous avons rapidement opté pour deux procédés de mesures indépendants, un pour chaque axe. Il s'agit alors pour le tachéomètre de suivre un point fixé au télescope pendant que ce dernier tourne suivant l'un de ses deux axes. Nous avons conçu deux systèmes rendant ce suivi possible, et reposant tous deux sur l'utilisation de prismes.

Nous avions initialement prévu de placer des prismes sur le fût afin de déterminer la position de l'axe principal. Cette piste a été abandonnée car elle aurait fourni un résultat peu précis et soumis à la déformation de l'axe des tourillons.

3.1 Prismes utilisés





FIGURE 3.1 – Prismes *Trimble* utilisés pour le projet

Afin de limiter les frais (notamment dans l'élaboration d'une couronne de prismes), un lot de prismes à moindre coût nous a été fourni. Ceux-ci présentent un encombrement moindre (diamètre de 4 cm) qui convient à leur installation sur le télescope. Cependant, ils sont relativement peux précis et possèdent un faible angle de visée correcte ¹ - de l'ordre de 15 grades. (Annexe : C)

^{1.} angle compté entre l'axe du prisme et la position à partir de laquelle la déformation optique du prisme due à l'incidence de l'angle de visée est trop importante, noté γ

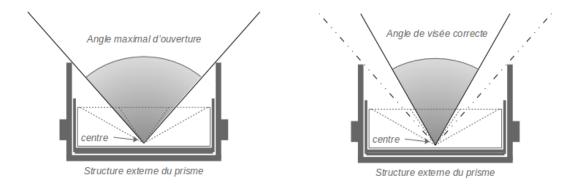


FIGURE 3.2 – Schéma des différents angles notables d'un prisme

Pour déterminer cette valeur d'angle de visée correcte, nous avons procédé à plusieurs tests sur des prismes du lot dont nous disposions (à 60 euros l'unité), et nous avons obtenus des résultats similaires à ceux des mêmes tests réalisés sur des prismes de précision (à 1500 euros l'unité). Les prismes *Trimble* apparaissent donc comme du matériel financièrement avantageux et tout autant adaptés à notre projet que des prismes de gamme supérieure.

3.2 La couronne de prismes

3.2.1 Principe

Une couronne de prismes est un dispositif consistant en une platine circulaire surmontée de prismes régulièrement espacés. Placée horizontalement sur le télescope, elle permet au tachéomètre de pouvoir toujours viser un de ses prismes lorsque le télescope tourne autour de son axe principal. La couronne possède un placement particulier sur le télescope, puisqu'on doit être capable de savoir lequel de ses prismes est visé par le tachéomètre en fonction de la position du télescope. Connaissant les coordonnées d'un prisme et sa position sur la couronne, on peut connaître la position du centre de la couronne pour chaque mesure réalisée.



FIGURE 3.3 – Photo de la couronne de prismes que nous avons produit

On suit alors le mouvement circulaire d'un seul et unique point du télescope suivant sa rotation autour de l'axe principal, et une estimation par la méthode des moindres carrés nous permet de déterminer la position du centre de ce cercle, soit d'un point sur l'axe principal. Ce dernier peut ainsi être assimilé à la perpendiculaire au plan dans lequel le centre de la couronne se déplace et coupant ce plan en le point de l'axe principal localisé précédemment.

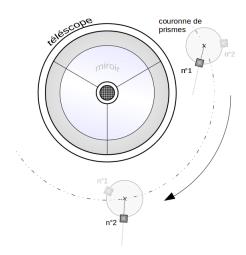


FIGURE 3.4 – Mouvement de la couronne atour de l'axe principal(télescope placé à la verticale)

3.2.2 Emplacement

Nous avons envisagé deux positions pour la couronne de prismes : l'une pour laquelle la couronne est implantée sur la fourche opposée au dispositif optique, l'autre pour laquelle elle est placée sur le dessus du tube du télescope tout en étant le plus excentrée par rapport à l'axe principal. Nous avons retenu la première solution qui générait une gêne moindre dans l'utilisation habituelle du télescope tout en étant la plus simple à mettre en œuvre.





 ${
m Figure}$ 3.5 – Fourche du télescope destinée à accueillir la couronne de prismes

Pour que la visibilité du tachéomètre sur la couronne soit le moins entravée par le fût du télescope, nous avons décidé que les mesures sur la couronne seraient effectuées avec le télescope à une élévation de 90°. La couronne doit en outre être surélevée pour que le frein du télescope ne fasse pas obstacle à sa visibilité par le tachéomètre.

3.2.3 Construction

Nous avons souhaité construire une couronne la plus petite possible pour ne pas encombrer le télescope, tout en étant suffisement grande pour contenir assez de prismes (un plus grand nombre de prismes permet un plus grand nombre de mesures et donc une meilleure determination de la position de l'axe principal).

En outre, l'angle entre deux prismes de la couronne est minoré par un angle α_c de telle sorte que, pour une même position du télescope (et donc une même orientation de la couronne), il n'y ait pas deux prismes qui puissent être visés par le tachéomètre. Le cas échéant, le tachéomètre

ne pourrait pas réaliser de mesures automatiques. Pour réduire cet angle, nous avons muni chaque prisme d'oeillères réduisant l'angle maximal d'ouverture à l'angle de visée correcte (cf. Figure 3.2). Nous avons ensuite exprimé α_c en fonction des autres paramètres de la couronne (son rayon, sa distance au tachéomètre...). (Annexe : D)

Enfin, le fût du télescope masquant une partie de la couronne, celle-ci peut présenter une portion d'arc vierge de prisme.

Nous avions à notre disposition un disque circulaire d'un rayon de 10 centimètres, et y avons donc disposé onze prismes à 9,5 centimètres du centre et espacés de 27°. (Annexe : E)

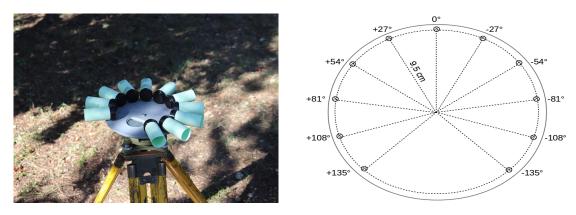


FIGURE 3.6 – Couronne de prismes et schéma de la répartition des prismes sur la couronne

3.3 Le prisme pendulaire

3.3.1 Principe

Pour localiser l'axe des tourillons du télescope, nous avons conçu un prisme pendulaire qui consiste en un unique prisme nodal rattaché au flan du tube du télescope et auquel pend une masse. La fixation du prisme au télescope étant libre de tourner autour d'un axe parallèle à l'axe des tourillons, l'action de la masse sur le prisme lui permet de conserver la même orientation quelque soit la position du télescope.

Ainsi, le tachéomètre suit le centre du prisme qui décrit un mouvement circulaire dont le centre est un point de l'axe des tourillons. En positionnant deux prismes pendulaires de part et d'autre du fût du télescope, on localise deux points de l'axe des tourillons et l'on peut alors facilement déterminer sa position.



FIGURE 3.7 - Le prisme pendulaire conserve son orientation avec le mouvement du télescope

3.3.2 Emplacement

Le prisme pendulaire que nous avons conçu doit être produit en double et placé sur les deux flans du tube du télescope. Il doit être le plus excentré possible par rapport à l'axe des tourillons afin d'en permettre une bonne évaluation. Il doit cependant être placé entre l'axe des tourillons et la bâche (pour ne pas gêner la fermeture de cette dernière). En outre, sa distance à l'axe des tourillons est majorée par une valeur L_{max} pour permettre au tachéomètre de viser avec précision le centre du prisme. Nous avons calculé ce L_{max} (cf. Formules pour la conception du prisme pendulaire) et avons constaté qu'il était supérieur à la longueur du tube du télescope. Nous pouvons ainsi placer les prismes pendulaires à n'importe quel endroit sur les flans du tube, en gardant à l'esprit que les positions les plus excentrées par rapport à l'axe des tourillons seront les plus favorables à une estimation exacte de celui-ci.

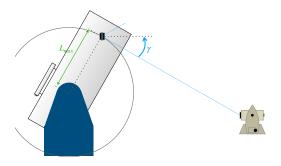


FIGURE 3.8 – Schéma faisant figurer L_{max}

3.3.3 Construction

Nous avons construit un seul prisme pendulaire pour évaluer la fiabilité de cet instrument. Pour ce faire, nous avons fixé un axe solidaire du fût du télescope, et nous l'avons rattaché à un tube via deux roulements à bille. Le prisme a été vissé à ce second tube et muni d'une rampe métallique faisant office de masse.

3.4 Construction d'une maquette de télescope

Afin de vérifier que notre protocole de mesure reste cohérent et afin d'évaluer la précision de nos mesures, nous avons construit une maquette de télescope. Celle-ci nous permet également d'évaluer les différents positionnements des instruments sur le télescope réel malgré les imprécisions d'échelle.

La maquette du télescope devait répondre aux critères suivants :

- rotation selon l'axe principal
- rotation selon l'axe des tourillons



 $\mathrm{Figure}\ 3.9$ – Maquette du télescope à différentes étapes de sa construction

MESURES

CHAPITRE CHAPITRE

4.1 Tests sur les instruments de mesure

Nous avons imaginé puis mis en application plusieurs protocoles de tests permettant de vérifier que nos instruments de mesure répondent bien à nos exigences.

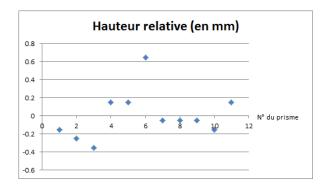
4.1.1 Test de la conception de la couronne

- Test sur le décentrement (Annexe : F) : cette manipulation a pour but de vérifier que l'acquisition d'une mesure par le tachéomètre en mode automatique se fait sur le bon prisme. Avec ce test, nous avons également pu confirmer l'efficacité des œillères installées sur les prismes.
- Test sur l'espace inter-prismes (Annexe : G) : cette manipulation permet de déterminer les angles critiques entre 2 prismes entre lesquels les mesures en mode automatique ne sont pas faisables ou peu fiables.
- Test sur la visée excentrée (Annexe : H) : cette manipulation a pour but de vérifier que le tachéomètre retrouve correctement le prisme à viser en mode automatique même lorsqu'il ne le pointe pas initialement.

4.1.2 Evaluation de l'erreur de positionnement des prismes de la couronne

Afin de localiser précisément le centre de la couronne à partir d'une visée sur l'un de ses prismes, il faut considérer deux sources d'erreurs potentielles. La première est une erreur d'horizontalité de la couronne, se traduisant par une erreur dans le positionnement vertical de son centre. La seconde est une erreur sur la distance des prismes au centre de la couronne, qui n'est pas exactement la même pour chaque prisme. Ces erreurs sont également due à notre construction amateur, et sont facilement négligeables dans le cas d'une construction de précision. Pour les évaluer, nous avons réalisé deux tests.

— Test de l'horizontalité de la couronne : nous avons positionné la couronne horizontalement et déterminé l'altitude de chaque centre de ses prismes. Nous avons mesuré une variation d'altitude de l'ordre d'un millimètre. Cette erreur témoigne des imprécisions de fixation des prismes sur la couronne ainsi que des erreur de construction des prismes eux-mêmes.



 ${
m Figure}$ 4.1 – Variations de la hauteur relative des centres des prismes

— Test de la distance des prismes de couronne à son centre : les mesures réalisées pour le précédent test nous ont également permis de déterminer les coordonnées planimétriques des centres des prismes et de calculer, par estimation par moindres carrés, les coordonnées précises du centre de la couronne (avec plusieurs itération sur la position calculée de ce centre). Nous avons ensuite calculé les distances respectives entre les prismes et ce centre.

4.2 Mesures de position des axes de rotation du télescope

Les mesures de position des axes de rotation ont été réalisées à une distance d'environ trente mètres du télescope afin d'approcher le plus possible les conditions de mesures sur le site de l'observatoire. Pour cette même raison, nous avons utilisé un tachéomètre de modèle TCA2003.

4.2.1 Mesure de la position de l'axe des tourillons

Pour évaluer la qualité de notre système de localisation de l'axe des tourillons, nous avons placé un prisme pendulaire sur un flan du fût de notre maquette de télescope, puis nous avons effectué des mesures sur le prisme pendulaire pour une trentaine d'élévations du télescope. Ces élévations étaient réparties tous les 5° entre 0° et 90°. Nous souhaitions alors estimer la position d'un point de l'axe des tourillons et quantifier la précision de la determination de sa position.

4.2.2 Mesure de la position de l'axe principal

Avec le même objectif que pour l'axe des tourillons, nous avons rattaché notre couronne de prismes au support du fût de notre maquette (à une position équivalente à la fourche sur le vrai télescope) et nous avons orienté le télescope de façon à pouvoir viser successivement et de face les centres des 11 prismes de la couronne (nous avions constaté lors d'un même test contenant plus de mesures que onze visées suffisent pour atteindre la précision que nous cherchons). Nous avons en outre convenu de réaliser les mesures lorsque le centre de la couronne, le prisme visé et le tachéomètre étaient alignés, condition rendue possible par le calcul préalable des azimuts du télescope permettants de tels alignements. (Annexe : I)



 ${\rm Figure}~4.2-{\rm Dispositifs~de~mesures~install\'es~sur~la~maquette~/~Lecture~du~z\'enith~du~t\'elescope}$

TRAITEMENT DES MESURES / CALCUL DE POSITIONS DE POINTS DES AXES DE ROTATION

Les données acquises par le tachéomètre ont été traitées sur les logiciels *prépaCom* puis *comp3D* pour obtenir les coordonnées des points mesurés. Aucune estimation par moindres carrés n'a été produite pour cette étape du traitement, car chaque point n'était mesuré qu'une seule fois et nous avions des résidus nuls sur chaque estimation de coordonnée. Nous avons donc simplement profité de la capacité de *comp3D* à calculer les coordonnées de points rayonnés. Les valeurs des coordonnées ont été déterminées dans un repère local défini comme en figure 6.1.

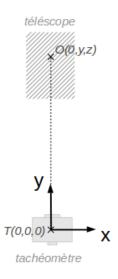
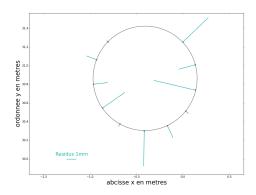


FIGURE 5.1 – Repère local utilisé

5.1 Traitement des mesures de la position de l'axe principal

Afin d'estimer la position du point de l'axe principal correspondant au centre de rotation de la couronne autour de ce même axe, il nous a fallu tout d'abord calculer les coordonnées du centre de la couronne à partir des coordonnées mesurées de chaque centre des prismes de la couronne. Il était donc nécessaire de savoir relier toute mesure au prisme qu'elle concernait. Chaque prisme de la couronne ayant été visé de face, nous avons pu facilement remonter aux coordonnées du centre de la couronne en appliquant une simple translation rectiligne des coordonnées du prisme visé.

Nous avons ensuite estimé par moindres carrés la position du centre de rotation, en appliquant aux positions du centre de la couronne un modèle circulaire (Annexe : J). Nous avons alors obtenu son centre ainsi que les résidus associés à chaque mesure. (cf. Figure 5.2 gauche)



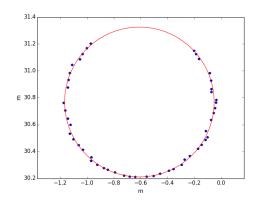


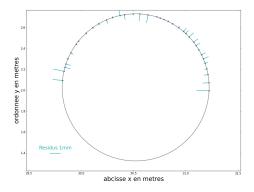
FIGURE 5.2 – Résidus sur les mesures de positions du centre de la couronne

Nous avons pu remarquer également des enchainements de points en arc de cercle concentriques (mais de rayons différents) lorsque les prismes ont été visés plusieurs fois sans être nécessairement alignés au centre de la couronne et au tachéomètre. (cf. Figure 5.2 droite)

5.2 Traitement des mesures de la position de l'axe des tourillons

Les mêmes traitements que ceux subis par les coordonnées du centre de la couronne dans le cas précédent ont été directement appliqués aux mesures des coordonnées du prisme pendulaire autour de l'axe des tourillons.

L'estimation par moindres carrés s'applique parfaitement dans le cas d'un modèle circulaire. Notre maquette de subit pas de déformation permettant de représenter un modèle elliptique (cf. Figure 5.3). Cependant nous avons calculé le modèle des moindres carrés à appliquer dans le cas d'un mouvement elliptique. (cf. Annexe 20 : Détermination par moindres carrés sur le modèle elliptique)



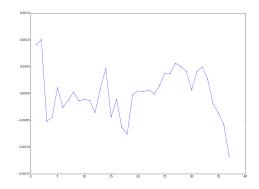


FIGURE 5.3 – Résidus sur les mesures de position du prisme pendulaire

5.3 Analyse des résultats

Les résidus sur les estimations des positions des centres de rotation calculées précédemment sont très satisfaisants. Concernant l'axe principal, ils sont de l'ordre de quelques millimètres, avec un écart-type de 0,0029 mètres. Cette imprécision est relativement faible si l'on considère le manque de robustesse du dispositif de rotation de notre maquette. Les résidus sur l'axe des tourillons eux sont d'un millimètre, avec un écart-type de 0,0007 mètres. Cette précision nous paraît tout à fait satisfaisante au vu des imperfections de notre maquette.

Conclusion

Afin de mener à bien notre projet, nous nous sommes attachés à rigoureusement planifier chacune de nos tâches. Pour cela nous avons établi un diagramme de GANTT qui nous a permis d'évaluer nos avancées (Annexe : K). De plus, nous avons tenu un carnet de bord qui rend compte du travail réalisé chaque jour pour chaque personne du groupe.

Nous sommes globalement satisfaits des résultats que nous avons obtenus. La conception des instruments a représenté une part importante de notre projet. Avec un peu de temps supplémentaire, davantage de tests de précision des mesures auraient été à réaliser.

Ce projet n'est qu'une étape dans la réalisation d'un processus de mesures pour localiser la croisée des axes du télescope MéO. Par la suite, il conviendra de rédiger un programme informatique à implanter sur les instruments dont le télescope MéO est équipé. Celui-ci devra gérer la liaison entre les rotations du télescope, de la coupole et du tachéomètre. Un dernier projet devra avoir pour but l'installation des instruments sur le tachéomètre et la validation du protocole de mesures.

Table des figures

1.1	Coupole du télescope MéO	6
2.1 2.2 2.3 2.4 2.5 2.6	Membres du groupe de projet en visite au MéO, à Calern	8 9 10 10
3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7 3.8 3.9	Prismes $Trimble$ utilisés pour le projet	12 13 13 14 14 15 15 16 17
4.1 4.2	Variations de la hauteur relative des centres des prismes	19 20
5.1 5.2 5.3	Repère local utilisé	21 22 22

Annexes

Α	Fiche signalétique	28
В	Rendus de la modélisation 3D du télescope	30
C	Résultats du contrôle de l'uniformité des prismes	32
D	Mesure de $lpha_c$	34
Е	Conception de la couronne de prismes	38
F	Protocole et résultats - Test de décentrement	42
G	Protocole et résultats - Test de l'espace inter-prismes	46
Н	Protocole et résultats - Test de visée excentrée	50
l	Calcul des azimuts du télescope	54
J	Modèles théoriques des moindres carrés	58
K	Diagramme de GANTT	60

FICHE SIGNALÉTIQUE

FICHE SIGNALETIQUE

PRISME 3

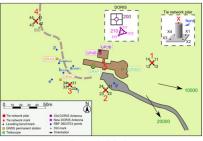
Localisation :

Observatoire du plateau de Calern, département des Alpes Maritime (06).

Repérage du point sur la zone :

Au sud ouest du bâtiment consacré au télescope MéO, sur un pilier géodésique.

<u>Type de visée</u>: petit prisme orange



Site map and station location







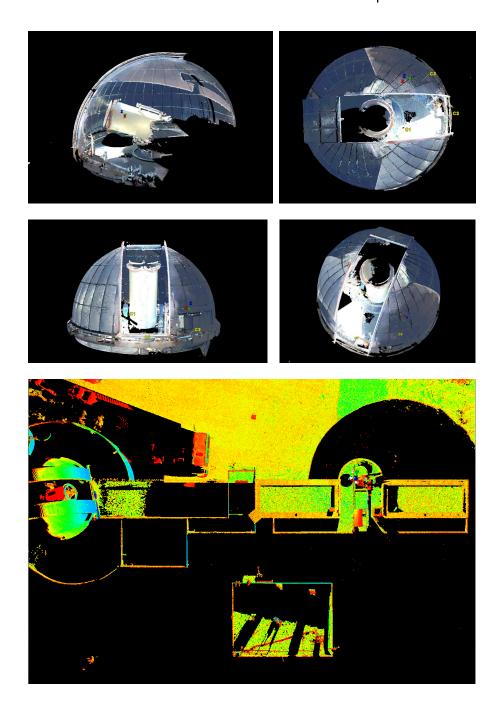
COORDONNEES APPROCHEES :

Latitude	Longitude	Altitude
43.754424°	6.920854°	1266.51m

RENDUS DE LA MODÉLISATION EN SUPERIOR DE LA MODÈLISATION EN SU

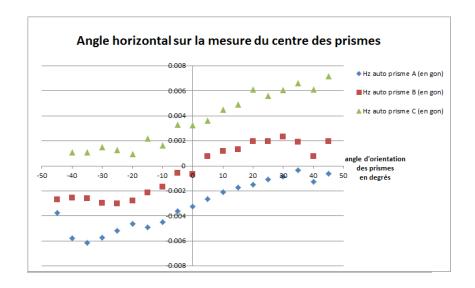


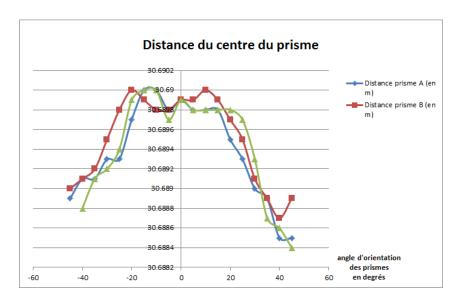
Modélisation 3D du télescope



RÉSULTATS DU CONTRÔLE DE L'UNIFORMITÉ DES PRISMES

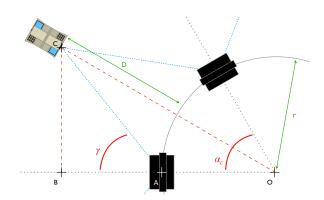
Contrôle de l'uniformité des prismes







MESURE DE L'ANGLE CRITIQUE DE RECOUVREMENT NUL



D'une part, on a :

$$\begin{cases} \tan(\gamma) = \frac{dist_{BC}}{dist_{AB}} \\ \tan(\frac{\alpha_c}{2}) = \frac{dist_{BC}}{dist_{AB} + r} \end{cases} \quad \text{donc}: \quad dist_{AB} \cdot [tan(\frac{\alpha_c}{2}) - tan(\gamma)] = -r \cdot tan(\frac{\alpha_c}{2})$$

D'autre part, on a :

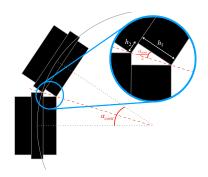
Ainsi, on a:

$$sin(\frac{a_c}{2}) \cdot (D+r) \cdot cos(\gamma) \cdot [tan(\frac{a_c}{2}) - tan(\gamma)] = -r \cdot sin(\pi-\gamma) \cdot tan(\frac{a_c}{2})$$
 soit :
$$(D+r)[cos(\gamma) \cdot tan(\frac{a_c}{2}) - sin(\gamma)] = -r \cdot sin(\pi-\gamma) \cdot \frac{1}{cos(\frac{a_c}{2})}$$
 soit :
$$cos(\frac{a_c}{2}) \cdot [cos(\gamma) \cdot tan(\frac{a_c}{2}) - sin(\gamma)] = \frac{-r \cdot sin(\pi-\gamma)}{D+r}$$
 soit :
$$cos(\gamma) \cdot sin(\frac{a_c}{2}) - sin(\gamma) \cdot cos(\frac{a_c}{2}) = \frac{-r \cdot sin(\gamma)}{D+r}$$
 Or, on a :
$$cos(\gamma) \cdot sin(\frac{a_c}{2}) - sin(\gamma) \cdot cos(\frac{a_c}{2}) = -sin(\gamma - \frac{a_c}{2})$$

On a donc:

$$\alpha_c = 2.\left(\gamma - arcsin\left(\frac{r.sin(\gamma)}{D+r}\right)\right)$$

EXPRESSION DU RAYON MINIMAL r_c EN FONCTION DE $lpha_c$.



On définit l'angle de contact maximal α_{cont} comme l'angle entre deux prismes auquel ceux ci sont en contact à la fois au niveau de leurs couronnes et de leurs fonds. On distingue alors deux cas d'étude dans la determination du rayon minimal de la couronne, selon si α_c est supérieur ou inférieur à α_{cont} .

cas où $a_c > a_{cont}$: $cas où a_c < a_{cont} :$ $cas où a_c < a_{cont} :$

Calcul de α_{cont} :

On a:
$$\alpha_{cont} = 2.arctan(\frac{h_2}{h_1})$$

Premier cas, si $\alpha_{c}>\alpha_{cont}$:

On a:
$$tan(\frac{\alpha_c}{2}) = \frac{d}{2.(r_c - \epsilon)}$$

donc: $r_c = \frac{d}{2.tan(\frac{\alpha_c}{2})} + \epsilon$

Second cas, si $\alpha_c < \alpha_{cont}$:

On a:
$$tan(\frac{\alpha_c}{2}) = \frac{d+2.h_2}{2.(r_c - \epsilon + h_1)}$$

Donc: $r_c = \frac{d+2.h_2}{2.tan(\frac{\alpha_c}{2})} + \epsilon - h$

CONCEPTION DE LA COURONNE DE PRISMES



CONCEPTION DE LA COURONNE DE PRISMES À DESTINATION DE LA FOURCHE DU TÉLÉSCOPE

CALCULS PRÉALABLES :

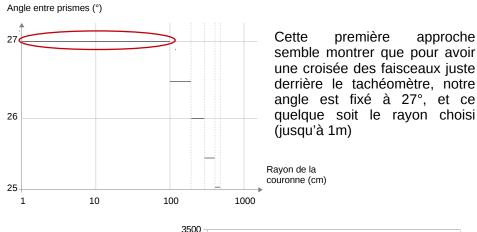
cf. "Mesure de l'angle de recouvrement nul"

$$\alpha = 2.[\gamma - \arcsin(\frac{r \cdot \sin(\gamma)}{D + r})$$

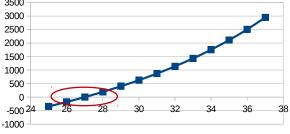
Donc:

$$r = D \cdot [\sin(0.5 \cdot \alpha - \gamma)] / [\sin(\gamma) - \sin(0.5 \cdot \alpha - \gamma)]$$

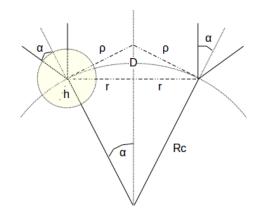
1ERS RÉSULTATS SOUS PYTHON:



Le tracé du rayon minimal de la couronne en fonction de l'angle entre les prismes vient appuyer l'observation précedente



CALCUL APPROFONDI:



Hypothèse : les champs de visée de deux prismes consécutifs ne se croisent jamais (visée à l'infini en quelque sorte)

Rc : rayon de la couronne D : distance (courbe) inter-prismes α : demi-angle d'ouverture = 27° h : encombrement d'un prisme

$$r = Rc.sin(\alpha)$$
 $\rho = Rc.tan(\alpha)$

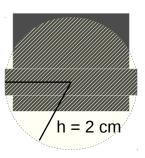
$$2r < D < 2\rho$$
 $D \approx r + \rho$

On a donc

D > 2.h

Soit

D > 4 cm



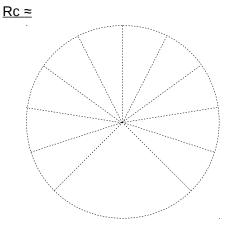
Prenons 2.r = 6 cm

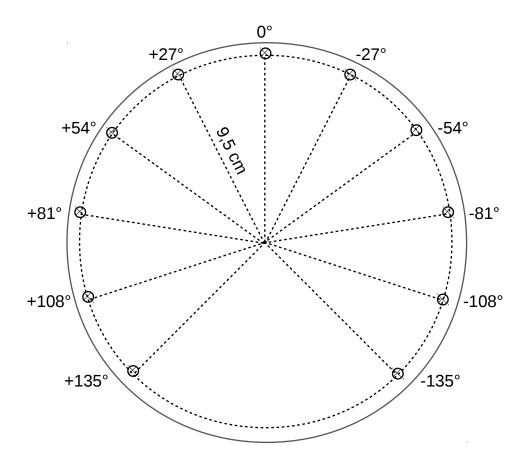
On a donc Soit
$$r = 3 \text{ cm}$$

<u>9 cm</u>

Pour rendre le placement des prismes sur la couronne plus précis, on augmente encore un peu le rayon Rc (on a vu au début que cela n'influençait pas l'angle entre les prismes).

Ce qui nous donne la figure et le plan suivant :





Rayon total de la courone : 10 cm

Rayon d'implantation des prismes : 9,5 cm

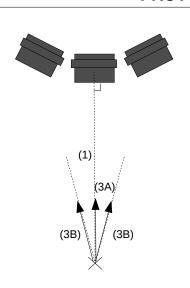
Nombre de prismes : 11

Angle entre les prismes : 27°

Protocole et résultats Test de décentrement



PROTOCOLE INITIAL



Objectif:

Déterminer si la mesure en mode auto avec un prisme visé orthogonalement est fiable ou non

TEST N°1 Sans les bandes de papier

TEST N°2 Avec les bandes de papier

Pré-requis :

Buller la couronne sur son trépied, à 35m du tachéo

- 1) Viser orthogonalement un prisme face à soi
- 2) Lancer une mesure en mode automatique

3A) Si mesure sur le prisme central : TEST VALIDÉ

5B) Si mesure sur le prisme excentré : TEST INVALIDÉ

Remarque:

Multiplier les mesures afin d'avoir une idée plus précise de la fréquence d'apparition des erreurs (ex: 25 mesures)

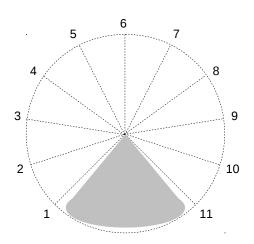
RÉSULTATS

Sans les oeillères :

Message d'erreur systématique, quelque soit le prisme visé, même lors d'un pointé manuel précis :

Plusieurs prismes trouvés. Viser plus précisement le prisme et recommencer.

Avec les oeillères :



prismes	Visées (x5)			
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				

Test validé : le tachéo reste centré sur le prisme médian, comme souhaité

Test invalidé : le tachéo ne reste pas centré sur le prisme médian

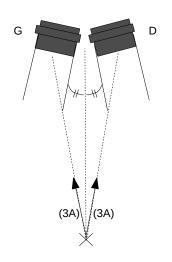
CONCLUSION

Comme attendu, le tachéomètre est incapable d'identifier un prisme de la couronne nue lors d'une visée en mode automatique. Les oeillères permettent donc de réduire l'angle d'observation des prismes et se trouve être un excellent moyen de discriminer les prismes et de pouvoir effectuer des mesures en automatique.

Protocole et résultats - Test de l'espace interprismes



PROTOCOLE



Objectif:

Déterminer l'existence ou non d'angles de visée critiques (aucun prisme visible) dans le cas où l'on se situe entre les prismes

TEST Avec les bandes de papier

Pré-requis :

Buller la couronne sur son trépied, à 35m du tachéo

- 1) Viser l'espace inter-prismes de manière à observer une configuration symétrique de part et d'autre de l'axe de visée
 - 2) Lancer une mesure en mode automatique

3A) Le tachéo trouve un prisme et s'y attache :

TEST A REFAIRE

3B) Le tachéo ne trouve aucun prisme :

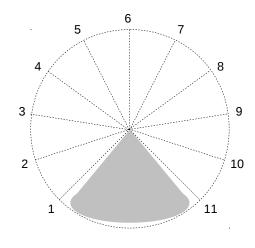
TEST VALIDÉ

3A) Le tachéo trouve plusieurs prismes :

TEST INVALIDÉ

4) Affiner la position de la couronne, l'erreur peut venir de là

RÉSULTATS



Prisme G	Prisme D	Visées (x5)			
2	1	D		D	
3	2				
4	3				
5	4	G	G		
6	5				
7	6				
8	7				
9	8				
10	9				
11	10	D	D		
11	10				
11	10				

Plusieurs prismes trouvés. Viser plus précisement le prisme et recommencer.

Aucun prisme touvé ou mauvaises conditions.



Les trois dernières lignes correspondent au même espace inter-prismes mais avec des jeux d'oeillères différents afin d'observer si ce facteur pouvait avoir un impact (inégalité des couvertures angulaires par exemple)

CONCLUSIONS

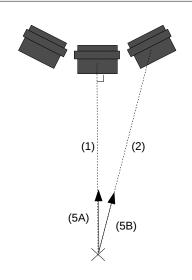
Plusieurs éléments ressortent de cette expérience :

- De manière globale, on peut estimer qu'il existe effectivement un angle dans lequel le tachéomètre se retrouve dans l'incapacité de trouver le(s) prisme(s) environnant(s). Il n'y a donc pas de recouvrement entre les angles de vue des prismes.
- Dans certains cas, le tachéomètre identifie deux prismes, qui entrent en concurrence. Cela traduit une imperfection dans la confection de la couronne : deux prismes ont été orientés l'un vers l'autre plus que ce qu'ils devaient être.
- Le facteur 'choix des oeillères' semble négligeable

Protocole et résultats Test de visée excentrée



PROTOCOLE INITIAL



Objectif:

Déterminer dans quelle mesure l'erreur due à une visée excentrée est posssible et problématique.

TEST N°1 Sans les bandes de papier

TEST N°2 Avec les bandes de papier

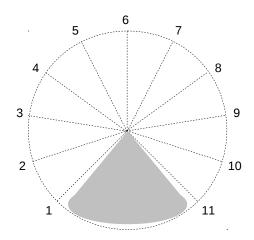
Pré-requis :

Buller la couronne sur son trépied, à 35m du tachéo

- 1) Viser orthogonalement un prisme face à soi
- 2) Sans changer de position, viser le centre d'un prisme voisin
- 3A) Si le centre est visible, s'y positionner manuellement
- 3B) Si le centre n'est pas discernable : TEST VALIDÉ
- 4) Lancer une mesure en mode automatique
- 5A) Si recadrage sur le prisme central : TEST VALIDÉ
- 5B) Si mesure sur le prisme excentré : TEST INVALIDÉ

RÉSULTATS

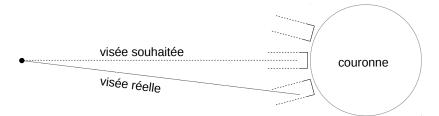
prismes	visées excent.	
	G	D
1	3B	
2	3B	3B
3	3B	3B
4	3B	3B
5	3B	3B
6	3B	3B
7	3B	3B
8	3B	3B
9	3B	3B
10	3B	3B
11		3B



- Test validé : le tachéo se recentre sur le prisme central, comme souhaité
- Test invalidé : le tachéo ne se recentre pas sur le prisme central

CONCLUSION

En utilisant des oeillères pour les prismes comme recommandé par un précédent test, on peut considérer à présent que dans la configuration suivante ... :



... le tachéomètre est capable, en mode automatique, de se recentrer systématiquement sur le prisme qu'il est censé viser.

CALCUL DES ORIENTATIONS DU TÉLÉSCOPE - AZIMUTS

Hypothèse(s)

- L'origine des angles du téléscope étant inconnue, on choisit arbitrairement de la fixer selon la visée vers le tachéomètre.

Objectif(s):

- Déterminer les déplacements et les positions successives du téléscope afin que les prismes de la couronne soient tour à tour face au tachéomètre.

Première approche:

On se place dans le cas le plus simple, où tachéomètre et téléscope se visent mutuellement :

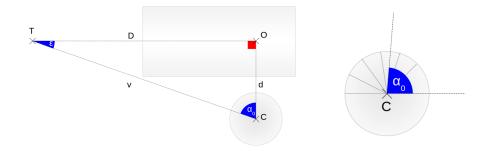


Figure 1: cas simple

Connaissant D et d, nous sommes en mesure de déterminer l'ensemble du triangle, ce qui nous donne :

$$\epsilon = \arctan(\frac{d}{D})$$
 $\alpha_0 = \frac{\pi}{2} - \arctan(\frac{d}{D})$ $v = \sqrt{D^2 + d^2}$

En prenant les valeurs approchées D=40m et $d=\frac{1,77}{2}+0.4=1.285m$, on obtient : $\alpha_0=88,16^\circ$.

Soit une visée du tachomètre entre les prismes 2 et 3.

Détermination des angles :

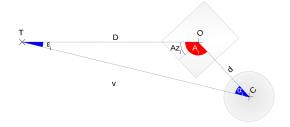


Figure 2: cas quelconque

De même :

$$\epsilon = \arcsin(\frac{d}{D}.\sin(\alpha_i)) \qquad A_i = \pi - \alpha_i - \arcsin(\frac{d}{D}.\sin(\alpha_i)) \qquad v = \sqrt{D^2 - d^2.\sin^2(\alpha_i)} + d.\cos(\alpha_i)$$

Applications numériques :

Prisme	α_i (°)	Azimut Az_i (°)	$ Az_{i+1} - Az_i $	D_visée v (m)
1	45	43.69836827		40.80331073
2	72	16 . 24918732	27.44918095	40.28341314
3	99	-10.81827093	27.06745824	39.68384143
4	126	-37.48926615	26.67099522	39.13618441
5	153	-63.83565676	26.34639061	38.75580227
6	180	-90	26.16434324	38.62
7	207	-116.16434324	26.16434324	38.75580227
8	234	-142.51073385	26.34639061	39.13618441
9	261	-169.18172907	26.67099522	39.68384143
10	288	- 196 . 24918732	27.06745824	40.28341314
11	315	-223.69836827	27.44918095	40.80331073

Table 1: résultats pour tous les prismes

Modèles théoriques moindres carrés



Modèles théoriques de moindres carrés

Modèle du cercle

L'équation d'un cercle de centre $(x_c,\!y_c)$ et de rayon R est :

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = R^2$$

qui peut aussi s'écrire :

$$2xx_c + 2yy_c + (R - x_c^2 - y_c^2) = x^2 + y^2$$

On a donc 3 paramètres à déterminer : x_c , y_c , et $(R-x_c^2-y_c^2)$, que l'on notera désormais r. Cela donne le système matriciel de moindres carrés suivant :

$$B = \begin{bmatrix} x_1^2 + y_1^2 \\ \dots \\ x_n^2 + y_n^2 \end{bmatrix} \qquad X = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ r \end{bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} 2x_1 & 2y_1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots \\ 2x_n & 2y_n & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{et } B = A.X + V$$

où V est le vecteur des résidus des moindres carrés.

Modèle de l'ellipse

L'équation d'une ellipse de centre (x_c, y_c) , de demi-grand axe a et de demi-petit axe b est :

$$\frac{(x-x_c)^2}{a^2} + \frac{(y-y_c)^2}{b^2} = 1$$

qui peut aussi s'écrire sous la forme d'une conique: $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ où $A = \frac{1}{a^2} \qquad C = \frac{1}{b^2} \qquad D = \frac{-2x_c}{a^2} \qquad E = \frac{-2y_c}{b^2} \qquad F = \frac{x_c^2}{a^2} + \frac{y_c^2}{b^2} - 1$

qui se met sous la forme : $k_1xy + k_2y^2 + k_3x + k_4y + k_5 = -x^2$

Cela donne le système matriciel de moindres carrés suivant :

$$B = \begin{bmatrix} -x_1^2 \\ \dots \\ -x_n^2 \end{bmatrix} \qquad X = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \\ k_5 \end{bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} x_1 y_1 & y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n y_n & y_n^2 & x_n & y_n & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{et } B = A.X + V$$

où V est le vecteur des résidus des moindres carrés.

Enfin, pour retrouver les paramètres x_c, y_c, a et b de l'ellipse, on utilise les formules suivantes :

$$\begin{cases} x_c &= -\frac{k_3}{2} \\ y_c &= -\frac{k_4}{2k_2} \\ a &= \sqrt{k_5 + \frac{1}{4}(k_3^2 + \frac{k_4^2}{k_2})} \\ b &= \frac{\sqrt{k_5 + \frac{1}{4}(k_3^2 + \frac{k_4^2}{k_2})}}{\sqrt{k_2}} \end{cases}$$



Diagramme de GANTT

